

Zur Definition der Verzeichnung bei optischen Instrumenten für den subjektiven Gebrauch.

Von H. Slevogt.

(Mit 3 Textabbildungen.)

Es ist seit langem bekannt, daß ein photographisches Objektiv der Brennweite f_0 genau dann verzeichnungsfrei ist, wenn zwischen Bildhöhe h_B und Bildwinkel w für alle vorkommenden w die Beziehung

$$h_B = f_0 \cdot \operatorname{tg} w \quad (1)$$

besteht. Darum pflegt man in dem Ausdruck für die Verzeichnung $= \frac{f_{Rd} - f_0}{f_0}$ die Größe f_{Rd} durch (2) zu definieren

$$f_{Rd} = \frac{h_B}{\operatorname{tg} w}; \text{ analog } v_{Rd} = \frac{\operatorname{tg} w'}{\operatorname{tg} w} \text{ bei endlichem Abbildungsmaßstab } v_0. \quad (2)$$

Sichert diese Bedingung auch bei Okularen, Lupen und anderen Geräten¹⁾ für subjektiven Gebrauch die Verzeichnungsfreiheit? Oder muß man bei solchen Geräten den tg in (2) durch eine andere Winkelfunktion ersetzen, um Übereinstimmung mit der Beobachtung zu erzielen?

Diese Frage ist schon früher von *Whitwell*, *Tscherning*, *Weiß* gestellt und für die Brille dahin beantwortet worden, daß der $\operatorname{tg} w$ durch $\operatorname{arc} w$

$$f_{Rd} = \frac{h_B}{\operatorname{arc} w}; \quad v_{Rd} = \frac{w'}{w} \quad (3)$$

zu ersetzen sei; man vergleiche Bericht und Kritik bei *Boegehold*²⁾. Im folgenden soll das Verzeichnungsproblem erneut diskutiert werden auf Grund von physiologisch-optischen Tatsachen, welche bisher außer Betracht geblieben sind, obwohl sie schon bei *Helmholtz*³⁾ zusammengestellt sind. Eine Entscheidung kann allerdings nicht durch Überlegung, sondern nur durch sorgfältige Beobachtungen einer größeren Zahl von Versuchspersonen⁴⁾ gefunden werden; die folgenden Ausführungen sollen das Problem abgrenzen, die Diskussion wieder in Gang bringen und zu Beobachtungen anregen.

Vorab ist zu bemerken, daß die etwaigen Abweichungen vom Ansatz (2) nur klein sein können und darum nur für ziemlich große Winkel w merkbar werden dürften – man vgl. die Beispiele in Tabelle 1 –, bei denen

¹⁾ Fernrohre brauchen nicht besonders erwähnt zu werden, da ihre Verzeichnung praktisch nur vom Okular herrührt, sofern die Vergrößerung merklich von 1 verschieden ist.

²⁾ *H. Boegehold*: Treue Darstellung und Verzeichnung bei optischen Instrumenten. Naturwissenschaften 9, 273–280. 1921.

³⁾ *H. v. Helmholtz*: Handbuch der physiologischen Optik. Zitiert nach der dritten Auflage; 3. Bd. herausgegeben von *v. Kries*. Hamburg und Leipzig 1910.

⁴⁾ Wobei Brillenträger darauf achten wollen, wie weit sie sich bereits an die Verzeichnung ihres Augenglasses gewöhnt haben.

man normalerweise nicht beobachtet. Darum ist die tägliche Erfahrung außerstande, für oder gegen (2) zu entscheiden. Es ist auch nicht möglich, zur Begründung von (2) die Analogie des Auges mit der photographischen Kamera heranzuziehen oder sich – was damit gleichbedeutend ist – auf die Perspektive schlechthin zu berufen. Denn diese Analogie besteht höchstens dann, wenn die Bildmitte fixiert und der Hauptteil des Bildes somit nur indirekt gesehen wird; wegen des raschen Abfalls der Schärfe nach dem Rande der Netzhaut wird diese Art der Beobachtung aber praktisch (bei Helladaptation) nie benutzt. Außerdem kann man das auf der Netzhaut entworfene Bild nicht so leicht auf Verzeichnung prüfen wie eine photographische Aufnahme: was heißt z. B. „gerade“ auf der gekrümmten Netzhaut? Vor allem bewiese eine solche objektive Prüfung nichts für den allein maßgebenden subjektiven Eindruck des Beobachters. Übrigens scheint eine Beobachtung von *Helmholtz* darauf hinzudeuten, daß man für diese Art der Beobachtung den Ansatz (2) durch die $\operatorname{tg} \frac{w}{2}$ -Bedingung ersetzen müsse (vgl. S. 367); indessen hat diese Feststellung wenig Gewicht, solange die Frage für das blickende Auge nicht geklärt ist.

Wie *Boegehold*²⁾ mit Recht betont, würde jede Abweichung von der Verzeichnungsdefinition (2) zur Folge haben, daß ein und dieselbe Zeichnung je nach der Betrachtungsentfernung verschiedene Grade von Verzeichnung aufwiese; insbesondere müßte eine durch Zentralprojektion entstandene (also „perspektivisch richtige“) Zeichnung, die bei normaler Betrachtungsentfernung verzeichnungsfrei ist, diese Eigenschaft verlieren, wenn man sie aus zu geringer Entfernung betrachtet.

Bei Prüfung dieses Sachverhalts darf man eine wesentliche Einschränkung nicht übersehen, die der Gebrauch von optischen Geräten mit sich bringt: Während man bei unbewaffnetem Auge durch Kopfdrehen dafür sorgt, daß die Blickwinkel nicht zu groß werden, ist diese Aushilfe bei der Brille unmöglich und bei Lupe und Okular mit der normalen Benutzung unverträglich; die kleinen seitlichen Kopfbewegungen, welche zur Ermöglichung der Schlüssellochbeobachtung nötig sind, ändern nichts daran, daß die Hauptblickrichtung⁵⁾ unverändert, und zwar im allgemeinen parallel zur optischen Achse des Okulars bleibt.

Nachdem man sich überzeugt hat, daß es sich beim Verzeichnungsproblem um Eigenschaften des blickenden Auges handelt, bezieht man die gesehenen Dinge zweckmäßig auf Schärfekugeln: das sind Kugelflächen mit dem Augendrehpunkt als Zentrum, deren Radien so groß gewählt werden, daß keine Akkommodation notwendig ist. Hauptblickpunkt heißt derjenige Punkt, in dem die Schärfekugel von der Hauptblickrichtung⁵⁾ durchsetzt wird; der diametral gegenüberliegende Punkt der Schärfekugel wird von *Helmholtz* als Occipitalpunkt bezeichnet (lat. occipitium = Hinterhaupt). Es empfiehlt sich, diese Be-

⁵⁾ Diese ist ungefähr durch den ungezwungenen Blick „geradeaus“ gegeben; genauere Festlegung durch das Listing'sche Gesetz (s. S. 365).

griffe auf die optischen Geräte zu übertragen, wobei als Kugelmittelpunkt die Mitte der Austritts- oder Eintrittspupille zu wählen ist, während der Hauptblickpunkt durch den Schnitt mit der optischen Achse gegeben ist.

Offenbar umschließt das Verzeichnungsproblem nunmehr folgende Einzelfragen:

1. Nach welchen Kriterien beurteilt das blickende Auge die Verzeichnung?
- 2a. Wie müssen die auf der Schärfekugel liegenden Figuren usw. beschaffen sein, damit sie für das blickende Auge unverzeichnet wirken?
- 2b. Dieselbe Frage für die Ebene, welche die Schärfekugel im Hauptblickpunkt berührt, wird nach Erledigung von 2a durch Zentralprojektion aus dem Kugelmittelpunkt beantwortet.
3. In der Bildebene des Okulars bzw. der Lupe befinde sich ein wirklicher Gegenstand oder ein durch Zentralprojektion gewonnenes ebenes Bild. Welche Winkelzuordnung $h_B = f(w)$ vermittelt hierzu ein gemäß 2a verzeichnungsfreies Bild auf der Schärfekugel?

Man bemerkt, daß 3 eine rein mathematische Aufgabe ist, während das eigentliche Problem in 2a liegt. Als Antwort auf Frage 1 findet man – ohne Anspruch auf Vollständigkeit – folgende drei Kriterien:

- a) Kleine Kreise sollen wieder als Kreise abgebildet werden.
- b) Wenn man durch Bewegungen des Fernrohrs ein Objekt von der Bildmitte nach dem Rande wandern läßt, soll seine Winkelgröße unverändert bleiben.
- c) In Wirklichkeit gerade Linien sollen auch im Bildraum als Gerade erscheinen.

Um klarer hervortreten zu lassen, wieweit es sich bei den hier interessierenden Eigenschaften des blickenden Auges allein um Kinematik handelt, und wieweit noch echt physiologische Tatsachen hinzukommen, wollen wir an Stelle des Auges zunächst eine photographische Kamera mit kleinem Gesichtsfeld hinter dem Okular angebracht denken, welche ebenso wie das blickende Auge bei Schlüssellochbeobachtung um die Austrittspupille des Okulars herum schwenkbar sein soll. Die Lagerung der Kamera ist zunächst gleichgültig, solange nur einzelne Aufnahmen ohne Rücksicht auf die gegenseitige Orientierung miteinander verglichen werden. Das kleine Gesichtsfeld entspricht der geringen Ausdehnung des direkt gesehenen Winkelbereiches und hat zur Folge, daß die verzeichnende Wirkung des Kameraobjektivs außer Betracht bleiben kann; daher genügt es, die Bilder auf der Okularschärfekugel zu betrachten.

Schwenkt man nun die Kamera in irgendeine Lage w , so bemerkt man, daß ein kleiner Kreis der Objektivkugel auf der Okularkugel im allgemeinen als Ellipse erscheint, daß man also die Vergrößerung im Sagittalschnitt v_s und im Tangentialschnitt v_t einzeln verfolgen muß. Um Wiederholungen zu vermeiden, übernehme ich aus meiner Arbeit⁶⁾, in der verschiedene Winkelzuordnungen diskutiert sind, ohne Beweis die Formeln von *Straubel*

$$v_s = \frac{\sin w'}{\sin w}; v_t = \frac{dw'}{dw} \text{ und } f_s = \frac{h_0}{\sin w}; f_t = \frac{dh_0}{dw} \quad (4)$$

Kleidet man Forderung a demgemäß in die Gestalt $v_s = v_t$, so ergibt sich aus⁶⁾ der Ansatz (5) als Lösung dieser Bedingungsgleichung,

$$v_{Rd} = \frac{\operatorname{tg} \frac{w'}{2}}{\operatorname{tg} \frac{w}{2}} \text{ bzw. } f_{Rd} = \frac{h_0}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{w}{2}} \quad (5)$$

der – wie man durch Nachrechnen bestätigt – in der Tat (6) liefert:

$$v_s = v_t = v_0 \frac{\cos^2 \frac{w'}{2}}{\cos^2 \frac{w}{2}} \text{ bzw. } f_s = f_t = f_0 \frac{1}{\cos^2 \frac{w}{2}} \quad (6)$$

Forderung b ist nicht erfüllt: wegen $|v_t| < |v_0|$ werden die Bilder der Kreise mit wachsendem w' immer kleiner.

Um die Abbildung der geraden Linien leichter nachprüfen zu können, stellt man fest, daß die Zuordnung (5) durch stereographische Projektion verwirklicht ist; Näheres ergibt sich aus den Abbildungen.

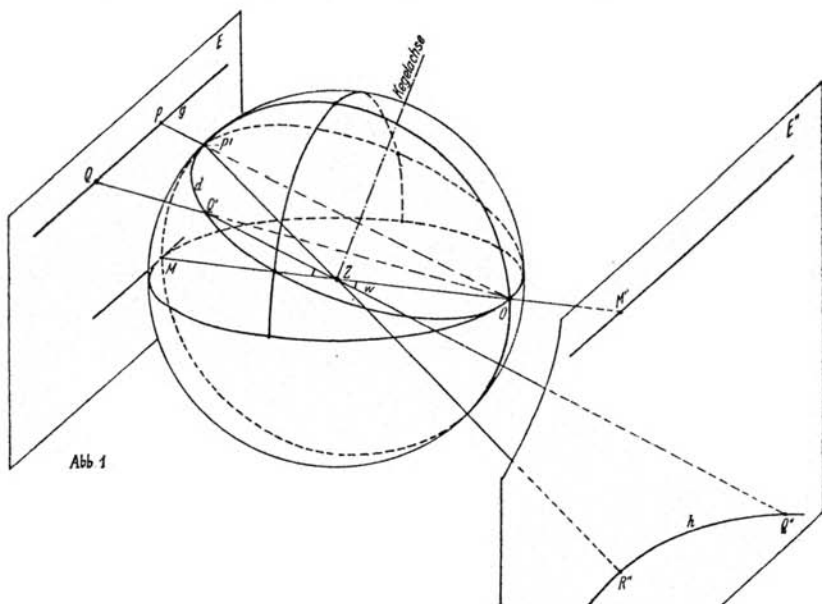


Abb. 1. Durch stereographische Projektion mit dem Zentrum im Occipitalpunkt 0, der der Bildmitte M diametral gegenüber liegt, wird die Gerade g der Bildebene E in den Direktionskreis $d = \overline{QP'}$ auf der Kugel abgebildet. Bei Zentralprojektion aus dem Kugelmittelpunkt Z als Zentrum ergibt dieser Kreis den Teil eines Doppelkegels von Projektionsstrahlen, welcher den Projektionsschirm E'' in einem Hyperbelast h schneidet; der andere Hyperbelast, dessen Scheitel in M'' liegen würde, wird nicht projiziert, da er zu Winkeln $w > 90^\circ$ gehören würde.

⁶⁾ H. Slevogt: Lichtverteilungskurven und ihre Umformung durch optische Abbildung. Zeiß-Nachrichten, 5. Folge (Heft 4), 104–116. 1944.

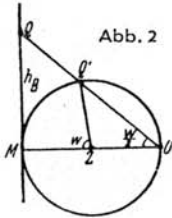


Abb. 2

In Abb. 2 ist die durch Bildmitte M, Kugelzentrum Z und den beliebigen Punkt Q gelegte Ebene als Zeichenebene gewählt; man sieht, daß die Bildhöhe $h_B = \overline{MQ}$ mit der Okularbrennweite $f_0 = \overline{MZ}$ und der Hauptstrahlenneigung w durch $h_B = 2 \cdot f_0 \cdot \operatorname{tg} \frac{w}{2}$ zusammenhängt.

Man sieht, daß durch (5) jeder Geraden der Okularbildebene ein Kreis zugeordnet wird, der sich als Schnittkurve der Schärfekugel mit der durch diese Gerade und den Occipitalpunkt 0 gelegten Ebene ergibt; *Helmholtz* nennt diesen Kreis aus einem später ersichtlichen Grunde Direktions- oder Richtungskreis. In der Kamerabildebene erscheint der Direktionskreis natürlich gekrümmt im Sinne kissenförmiger Verzeichnung, sofern er nicht zufällig durch den Hauptblickpunkt geht und damit zugleich größter Kreis der Schärfekugel ist; Forderung c ist also auch nicht erfüllt.

An nächster Stelle ist die Forderung b zu betrachten, die man mit (4) auch in die Form $v_t = v_0$ kleiden kann. Integration führt auf $\frac{w'}{w} = \text{const.}$, also den arc-Ansatz (3); man erhält

$$v_s = \frac{\sin(v_0 \cdot w)}{\sin w}; \quad v_t = v_0; \quad f_s = f_0 \cdot \frac{\operatorname{arc} w}{\sin w}; \quad f_t = f_0, \quad (7)$$

woraus folgt, daß kleine Kreise als Ellipsen im „Hochformat“

$$|v_s| < |v_0| = |v_t|$$

erscheinen, so daß Forderung a hier unerfüllt bleibt. Gerade Linien der Okularbildebene erscheinen auf der Platte noch stärker kissenförmig verzeichnet als im Falle (5).

Zur Erfüllung der Forderung c muß man offenbar den Ansatz (2) wählen – verwirklicht durch Zentralprojektion, bei der die Geraden in größte Kreise der Schärfekugel übergehen. Diesmal liefern die Formeln (4)

$$v_s = v_0 \cdot \frac{\cos w'}{\cos w}; \quad v_t = v_0 \cdot \left(\frac{\cos w'}{\cos w} \right)^2; \quad f_s = \frac{f_0}{\cos w}; \quad f_t = \frac{f_0}{(\cos w)^2} \quad (8)$$

d. h. die Kreise erscheinen als Ellipsen im „Querformat“ $|v_t| < |v_s|$, und die Länge beider Achsen nimmt ab mit wachsendem w' : weder a noch b ist erfüllt.

Die bisher betrachteten kleinen Kreise und ihre Bilder sollten auf den Schärfekugeln liegen. Würde man dagegen verlangen, daß die in einer Ebene senkrecht zur optischen Achse liegenden Kreise in der ebenfalls zur Fernrohrachse senkrecht gelegenen Plattenebene wieder als Kreise erscheinen sollten – wobei das Kameraobjektiv entgegen der Annahme mit ziemlich großem Bildwinkel benutzt würde –, so würde man mit

$$v_s = v_0; \quad v_t = v_0 \cdot \frac{\cos w}{\cos w'}; \quad f_s = f_0; \quad f_t = f_0 \cdot \cos w \quad (9)$$

auf die bekannte Sinusbedingung geführt. Auch diese läßt sich bekanntlich durch einen Projektionsvorgang veranschaulichen: an Stelle der stereographischen tritt jetzt die Parallelprojektion, bei der die geraden Linien der Okularbildebene zu Parallelkreisen auf der Schärfekugel werden, denen in der Plattenebene wiederum Hyperbeln entsprechen, so daß dort *Abbes* Figur zur Prüfung von Objektiven auf Erfüllung der Sinusbedingung entsteht; vgl. *Czapski-Eppenstein*⁷⁾, S. 165.

Tabelle 1.

Für eine Reihe von Bildhöhen sind die augenseitigen Winkel w angegeben, die ihnen bei einem Okular gemäß den verschiedenen Winkelzuordnungen entsprechen.

$\frac{\text{Bildhöhe}}{f_0} =$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20
tang w	5°,72	11°,3	16°,7	21°,8	26°,6	31°,0	35°,0	38°,7	42°,0	45°,0	47°,7	50°,2
$2 \cdot \text{tang } \frac{w}{2}$	5°,73	11°,4	17°,1	22°,6	28°,1	33°,4	38°,6	43°,6	48°,5	53°,1	57°,6	61°,9
arc w	5°,73	11°,5	17°,2	22°,9	28°,6	34°,4	40°,1	45°,8	51°,6	57°,3	63°,0	68°,8
sin w	5°,74	11°,5	17°,5	23°,6	30°,0	36°,9	44°,4	53°,1	64°,2	90°,0	—	—

Tabelle 2

bringt die Daten einiger Hyperbeln, die nach (5) dem blickenden Auge im Abstand $d = 1000$ mm als Gerade erscheinen: Exzentrizität ϵ , Scheitelradius r_0 sowie die Abweichungen ξ von der Geradlinigkeit zu den rechtwinkligen Koordinaten y und

$2a + \xi$; $h_B = 2d \cdot \text{tg } \frac{w_0}{2}$ sind unverz. Bildhöhen.

h in mm	w_0	a in mm	r_0 in mm	Werte ξ in mm für die hierunter angegebenen y in mm											
				$y = 50$	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
100	5°,724	50,1	20	0,1	0,25	0,6	1,0	1,5	2,2	3,0	3,9	4,8	5,9	7,1	8,2
200	11°,42	101,0	10	0,1	0,5	1,1	2,0	3,1	4,4	5,9	7,7	9,7	11,8	14,2	16,6
300	17°,06	153,5	6 $\frac{2}{3}$	0,2	0,8	1,7	3,0	4,6	6,6	8,9	11,6	14,5	17,7	21,2	25,0
400	22°,62	208,4	5	0,3	1,0	2,3	4,0	6,2	8,8	11,9	15,4	19,4	23,7	28,3	33,3
500	28°,07	263,6	4	0,3	1,3	2,8	5,0	7,7	11,0	14,9	19,3	24,2	29,6	35,5	41,8
600	33°,40	329,7	3 $\frac{1}{2}$	0,4	1,5	3,4	6,0	9,3	13,2	17,9	23,2	29,1	35,6	42,6	50,2

Tabelle 1 gibt eine vergleichende Zusammenstellung der vier bisher behandelten Winkelzuordnungen, während man aus Tabelle 2 die Koordinaten einiger Hyperbeln entnimmt, welche für ein im Abstand $d = 1$ m befindliches blickendes Auge mit den Direktionskreisen der Schärfekugel zusammenfallen. Falls sich der Verzeichnungseindruck unter diesen Umständen nach dem Ansatz (5) richtet, müßten diese Hyperbeln als äquidistante Gerade erscheinen.

Für die Konstruktion dieser Hyperbeln entnimmt man aus der Erläuterung zu Abb. 3, daß jeder Direktionskreis einen Hyperbelast mit dem Scheitelradius $r_0 = d/\text{tg } \frac{w}{2}$ im Abstand $2a = d \cdot \text{tg } w$ von der Bildmitte liefert (die entsprechenden Formeln bei *Helmholtz*, S. 69–70, erscheinen minder handlich); zum Unterschied hierzu wird bei *Abbes*

⁷⁾ *Czapski-Eppenstein*: Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente. 3. Auflage von Erfle und Boegehold. Leipzig 1924.

Soweit dürften die Überlegungen allgemein als richtig anerkannt werden; aber sie sind noch unvollständig. Denn bisher ist noch nichts gesagt über die Orientierung der Kamera während der Schwenkbewegung. Zur bequemeren Festlegung dienen einige Bezeichnungen:

Primärstellung heiße die Ausgangslage, bei der die optische Achse der Kamera mit der optischen Achse des Okulars zusammenfällt; jede andere Lage nennen wir Sekundrstellung. Man bemerkt, daß dieser Ausdruck zunächst nur für die optische Achse der Kamera definiert ist, indem es denkbar wäre, daß die Lage der Photoplatte verschieden ausflle, je nach dem Wege, auf dem eine bestimmte Sekundrstellung erreicht würde. Wir beseitigen diese Unsicherheit durch die naheliegende Forderung A:

Jeder möglichen Stellung der optischen Kameraachse soll genau eine Orientierung der Plattenetene entsprechen,

und sind nunmehr berechtigt, von Sekundrstellungen der Kamera schlechthin zu sprechen. Sekundärbewegung heiße jede Schwenkung der Kamera, bei der sich ihre optische Achse von der Primärstellung zur Sekundrstellung entlang einem größten Kreis bewegt; Tertirbewegung jede andere Bewegung.

Es liegt nun nahe, zu fordern, daß sich die Kamera während der Sekundärbewegung so bewege, als ob sie um eine Achse gedreht würde, welche durch den Mittelpunkt der Schärfekugel geht und senkrecht steht zu der durch Primär- und Sekundrstellung der optischen Achse gelegten Ebene. Mit anderen Worten hat man damit Forderung B:

Alle Sekundrbewegungen sollen rollungsfrei erfolgen.

Die Frage, wie man die Lagerung der Kamera auszubilden habe, um diesen beiden Forderungen zu genügen, braucht hier nicht erörtert zu werden; wir begnügen uns mit dem Hinweis auf die Arbeiten⁸⁾ von G. Schubert und die dort genannte Literatur, vor allem L. Burmester⁹⁾ und O. Fischer¹⁰⁾. Denn beim menschlichen Auge ist diese Aufgabe gelöst, so daß aus unseren beiden Forderungen nunmehr Gesetze werden:

A) *Das Gesetz der konstanten Orientierung von Donders:* „Zu jeder Blickrichtung gehört eine bestimmte Lage des Augapfels und der Netzhaut.“

B) *Das Listingsche Gesetz, welches zweckmäßig etwa folgendermaßen gefaßt wird:* „Es gibt für jede Kopfhaltung eine Primärstellung des blickenden Auges, von der aus jede Sekundrstellung rollungsfrei erreichbar ist.“

Mit dieser Formulierung soll hervorgehoben werden, daß die Primärstellung nicht im Kopfe festliegt, sondern im allgemeinen von der Haltung des Kopfes, der Akkommodation sowie der Mitwirkung des anderen

⁸⁾ G. Schubert: Studien über das Listingsche Bewegungsgesetz am Auge. I, II, III, IV. Pflügers Archiv f. Physiol. 205, 637–668. 1924; 215, 553–587, 1927; 216, 580–604, 1927; 220, 300–316, 1928.

⁹⁾ L. Burmester: Kinematische Aufklärung der Bewegung des Auges. Münchner Sitzungsberichte 1918, 171–202.

¹⁰⁾ O. Fischer: Medizinische Physik. Leipzig, 1913 (besonders S. 226–233).

Auges abhängt, so daß ihre Lage zeitlich schwanken kann und deswegen jeweils durch Versuche bestimmt werden muß, wenn man scheinbare Abweichungen vom Listingschen Gesetz vermeiden will (vgl. Schubert, III. Mitteilung); zu beachten ist auch, daß die Blicklinie nicht mit der optischen Achse zusammenfällt.

Wieweit behalten nun beim Auge die Winkelzuordnungen (5), (3), (2) ihre Bedeutung, die oben für die Forderungen a, b, c abgeleitet wurden? Man sieht sofort, daß sich bei a und b nichts ändert; nur wird man die Forderung b jetzt minder wichtig nehmen, da ihre Kontrolle ein Augenmaßgedächtnis voraussetzt, während Verstöße gegen a leichter bemerkt werden. Auch in der Beurteilung, ob c erfüllt ist, scheint das Auge zunächst ziemlich unempfindlich, weil an dem kleinen jeweils direkt gesehenen Stück der Bildkurve die Krümmung schon sehr stark sein muß, um aufzufallen. Bedenkt man aber, daß die Richtung des auf der Netzhaut entworfenen Bildes ziemlich genau beurteilt werden kann (vgl. *Helmholtz*³⁾, S. 147–148), und verlangt man dementsprechend, daß die Geraden des Objektraumes im Blickfeld als Kurven konstanter (scheinbarer) Richtung erscheinen sollen, so erhebt sich die Frage, welche Kurven auf der Schärfekugel dem nach dem Listingschen Gesetz bewegten Auge als Kurven konstanter Richtung erscheinen.

Zweifellos gehören dazu alle größten Kreise durch den Hauptblickpunkt, der die primäre Blickrichtung auf der Schärfekugel markiert; außerdem aber besitzen sämtliche Direktionskreise diese Eigenschaft (daher der Name!), wie sich aus der Winkeltreue der stereographischen Projektion ergibt.

Um sich diesen Sachverhalt zu veranschaulichen, denkt man sich in einer größeren Zahl von Kugelpunkten die subjektive Richtung „waagrecht“ dadurch festgelegt, daß man durch Sekundärbewegung den Blick nach jedem dieser Punkte richtet und jedesmal auf der Kugel diejenige Richtung durch ein Linienelement markiert, welche der ursprünglich horizontale Meridian der Netzhaut nunmehr annimmt (Kontrolle mit Nachbild!). Dadurch erhält man auf der Kugel ein Richtungsfeld „waagrecht“, dessen Linienelemente sich zu Direktionskreisen zusammenfügen. Denn während dieser Sekundärbewegung bewegt sich derjenige Punkt auf der senkrecht zur Hauptblickrichtung liegenden Ebene, welcher der jeweiligen Blickrichtung durch stereographische Projektion aus dem Occipitalpunkt zugeordnet ist, auf einer Geraden durch M (den Durchstoßpunkt der Hauptblickrichtung), welche alle waagerechten Geraden dieser Ebene unter demselben Winkel schneidet.

Damit ist aber gezeigt, daß man zur Erfüllung der Forderung c jetzt dieselbe Winkelzuordnung (5) fordern muß wie bei a; und da die Forderung b als unwichtig erkannt ist, so scheint für die Beobachtung mit blickendem Auge kein Dilemma mehr zwischen den verschiedenen Verzeichnungskriterien zu bestehen – vorausgesetzt, daß man hier wirklich die Gerade als Kurve konstanter Richtung definieren darf.

Bei schrägem Einblick ist die Sachlage nicht ganz klar: beim Heben oder Senken des Kopfes nimmt die Primärrihtung an dieser Bewegung

nicht teil (*Schubert III*); wie weit sie an reinen Seitenwendungen (ohne gleichzeitiges Heben oder Senken) teilnimmt, müßte durch Beobachtung geklärt werden. Praktisch ist diese Frage belanglos, da man auf jeden Fall die Verzeichnung für den Einblick mit Hauptblickrichtung parallel zur optischen Achse beseitigen muß.

Schließlich ist noch zu berichten, daß *Helmholtz*³⁾ (S. 151, Fig. 22) – wie schon oben kurz erwähnt – das durch (10) beschriebene Hyperbelnetz auch bei indirektem Sehen als unverzeichnetes Schachbrett empfand, sobald er es aus dem richtigen Abstand betrachtete; zur Erleichterung der Nachprüfung sind die Koordinaten für einige derartige Hyperbeln in Tabelle 2 zusammengestellt.

Faßt man diese Tatsachen und Beobachtungen zusammen, so scheint der Schluß berechtigt, daß ein optisches Instrument für den subjektiven Gebrauch genau dann als verzeichnungsfrei zu gelten habe, wenn

$$v_0 = \frac{\operatorname{tg} \frac{w'}{2}}{\operatorname{tg} \frac{w}{2}} \quad \text{bzw.} \quad f_0 = \frac{h_B}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{w}{2}} \quad \text{ist.}$$

Vorstehende Arbeit stimmt im wesentlichen überein mit einer Aktennotiz gleichen Titels vom 10. Oktober 1944, welche einem Vortrag des Verfassers im Kolloquium des Zeiß-Werks Jena zugrunde lag. Selbstverständlich ist der Verfasser für die hier dargelegten Überlegungen und Auffassungen allein verantwortlich. Sein besonderer Dank gilt Herrn Dr. *Sonnefeld* für die Mitteilung seiner Beobachtungen (welche den Anstoß zu dieser Untersuchung gaben) sowie für vielfache Diskussionen.

Zusammenfassung.

Dem blickenden Auge, dessen Bewegungen nach dem Listingschen Gesetz erfolgen, erscheinen als Linien konstanter Richtung nicht etwa alle größten Kreise der Schärfekegel, sondern – wie schon *Helmholtz* feststellte – die sogenannten *Direktionskreise*: das sind die durch den Occipitalpunkt 0 des Beobachters gelegten Kugelkreise, die man bei stereographischer Projektion mit dem Zentrum 0 als Bilder der Geraden des Raumes erhält; selbstverständlich sind darunter auch alle diejenigen größten Kreise der Schärfekegel, welche durch 0 und den diametral gegenüberliegenden Hauptblickpunkt hindurchgehen. Auch beim indirekten Sehen mit fixiertem Hauptblickpunkt erscheinen nach Beobachtungen von *Helmholtz* die Direktionskreise nicht gekrümmt. Darum wird vorgeschlagen, Lupen und Okulare genau dann als verzeichnungsfrei anzusprechen, wenn sie die Geraden der Bildebene entsprechend der Beziehung $h_B = 2 \cdot f_0 \cdot \operatorname{tg} \frac{w}{2}$ in Direktionskreise des Beobachters abbilden; analog bei Fernrohren $\operatorname{tg} \frac{w'}{2} = v_0 \cdot \operatorname{tg} \frac{w}{2}$. Beobachtungen müssen zeigen, ob dieser Vorschlag zweckmäßig ist.

(Eingegangen am 15. 7. 1946.)

Verfasser: Hermann Slevogt, Heidelberg, 10. 5. 1909.