Theorie der Fernrohre

mit

continuierlich variabler Vergrößerung

von

Alfred Conrad Biese.

1895.

Im Selbstverlage des Verfassers.

Berlin W., Maaßenstr. 32.

Inhalt.

Einleitung.

Die verschiedenen Fernrohrtypen, welche seit länger als hundert Jahren sich als feststehend herausbildeten, haben erst in der allerjüngsten Zeit einige, namentlich auf die praktische Handhabung gerichtete Änderungen erlitten. Besonders Fernrohre für Handgebrauch ist man bestrebt gewesen, in möglichst compendiöser Form anzufertigen, was unter anderen auch dadurch erreicht wurde, dafs man das bildumkehrende System des terrestrischen Oculars durch ein Prismensystem von analoger Wirkung ersetzte. Veränderliche Vergröfserungen wurden erzielt, indem man statt eines Oculars ein System solcher an einem Fernrohr anbrachte und durch eine entsprechende Drehung nach einander diese in Wirksamkeit treten lassen konnte. Derartige Mechanismen haben jedoch keine sehr grofse Verbreitung gefunden wegen des immerhin nicht sehr bequemen Gebrauchs und verhältnismäfsig grofser technischer Schwierigkeiten, falls ein solcher Apparat tadellos funktionieren sollte. Schon vor einem halben Jahrhundert haben einige Optiker versucht, dieselbe Aufgabe dadurch zu lösen, dafs sie den bildumkehrenden Teil des terrestrischen Oculars beweglich anordneten, um dadurch veränderliche Vergröfserungen zu erzielen. Diese sogenannten „Pankratischen Oculare" haben jedoch ebenfalls nie gröfsere Verbreitung gefunden und sind in den letzten Decennien wohl überhaupt kaum noch gebaut worden. Der Grund hierfür ist in den mangelhaften optischen Wirkungen zu suchen. Jeder gebildete Optiker weifs, dafs ein terrestrisches Ocular für sich ein organisches Ganzes bildet, eine Zerreifsung und Trennung der einzelnen Teile über gewisse Grenzen hinaus hat immer eine Verschlechterung der Bildqualität zur Folge. Erst in allerneuster Zeit ist es geglückt, durch die Einschaltung eines neuen Systems zwischen Objektiv und Ocular und unter Zuhilfenahme der modernsten Hilfsmittel der rechnenden und ausführenden Optik das Problem der variablen Vergröfserung in mustergültiger Weise zu lösen. Das Ziel bei diesen Arbeiten war erstens, ein möglichst grofses Vergröfserungsintervall zu schaffen, zweitens die Bildqualität innerhalb dieses Intervalls unverändert zu erhalten und drittens die Anfangsvergröfserung möglichst herunterzudrücken. So ist es gelungen, Handfernrohre von 4—16facher, resp. 8—30facher Vergröfserung zu bauen, welche bei den Anfangsvergröfserungen von einer aufsergewöhnlichen Lichtstärke sind, indem sie eine Austrittspupille von circa 7 mm zeigen. Diese Fernrohre waren zunächst so gedacht, dafs man, um zu einer stärkeren Vergröfserung zu gelangen, einen Tubus ausziehen mufste und darauf scharf einzustellen hatte. Die Grundzüge dieser Fernrohre habe ich in einer kleinen Schrift „Ein neuer Typus optischer Instrumente“ genauer auseinandergesetzt.

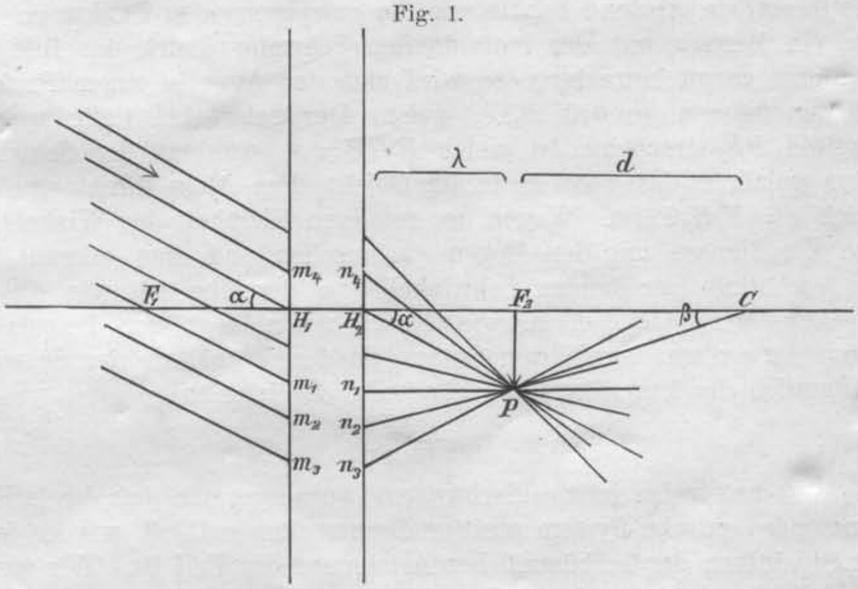
So befriedigend auch die auf diesem Wege gewonnenen Resultate waren, so schwebte doch dem Verfasser schon seit langer Zeit eine Fernrohrform vor, mit deren Ausführung gewissermafsen ein Gipfel in der Fernrohrtechnik erreicht wäre. Es handelt sich nämlich um ein Fernrohr mit variabler Vergröfserung, welches in continuierlicher Folge die verschieden grofsen Bilder einem Beobachter zeigt, ohne dafs es erforderlich wäre, das Ocular vom Auge abzusetzen. Die sich bei dieser Aufgabe bietenden optischen und mechanischen Schwierigkeiten schienen zuerst unüberwindlich zu sein, oder wenigstens erforderte der betreffende Mechanismus zuviel Raum und Gewicht, als dafs er an einem Handfernrohr hätte angebracht werden können. Nach jahrelangen Versuchen und unter Mitwirkung der ersten Präcisionsmechaniker unseres Landes ist es jetzt schliefslich gelungen, diese Aufgabe in vollkommen befriedigender Weise zu lösen. Zweck der nachfolgenden Auseinandersetzung soll es sein, die Theorie und die praktische mechanische Ausführung derartiger Fernrohre genauer darzustellen.

§ 1.

Optische Vorbemerkungen.

In der schon vorher erwähnten kleinen Schrift „Ein neuer Typus optischer Instrumente" habe ich für ein unendlich dünnes Objektiv die Vergrößerung oder Verkleinerung desselben angegeben gleich dem Quotienten aus der Brennweite dividiert durch die deutliche Sehweite. Bei unseren nachfolgenden Betrachtungen dürfen wir uns jedoch nicht auf sehr dünne Linsen beschränken, und wir wollen deshalb hier diesen Satz von der Vergrößerung für ein beliebiges optisches System beweisen unter der Voraussetzung, daß der lichtaussendende Körper sich in sehr großer Entfernung befindet. In Fig. 1 sei $F_1 F_2$ eine optische Axe,

Fig. 1.



$H_1 H_2$ seien die beiden Hauptpunkte des optischen Systems, in welchen die beiden Hauptebenen senkrecht zur optischen Axe errichtet sind. Die Punkte F_1 und F_2 auf der Axe seien die Brennpunkte des Systems und es sei

$$H_1 F_1 = H_2 F_2 = F,$$

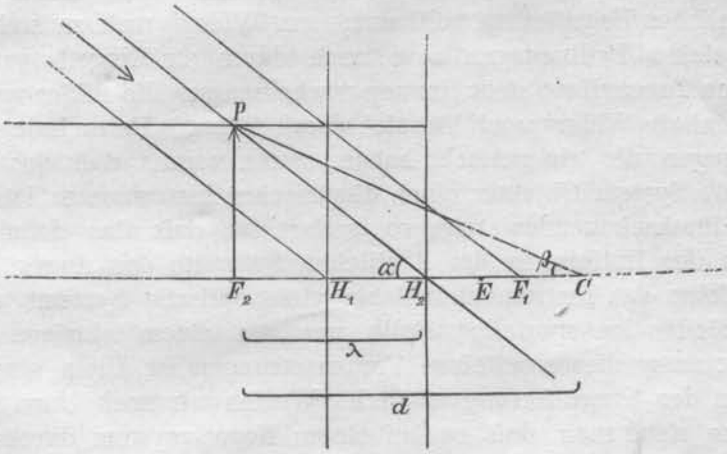
wo F die Brennweite des Systems bedeutet.

Von einem sehr entfernten leuchtenden Punkte falle ein paralleles Bündel von Strahlen auf das System unter einem Neigungswinkel α zur optischen Axe; einer dieser Strahlen wird auch gehörig verlängert durch den Hauptpunkt H_1 gehen und nach der Brechung durch das System mit sich selbst parallel durch den Punkt H_2 gehen, wobei vorausgesetzt ist, dafs das ganze optische System in Luft eingebettet ist, also das erste brechende Medium gleich dem letzten ist. Ein zweiter Strahl des parallelen Bündels, welcher durch F_1 geht, möge im Punkte m_1 die erste Hauptebene treffen; nach der Brechung geht dieser Strahl parallel zur optischen Axe durch einen Punkt n_1 der zweiten Hauptebene, so dafs $H_1 m_1 = H_2 n_1$ ist; die beiden betrachteten Strahlen schneiden sich nach der Brechung in einem Punkte P, welcher als Bild des unendlich fernen Punktes aufgefafst werden mufs. Fällt man von P ein Lot auf die optische Axe, so mufs der Fufspunkt dieses Lotes der Brennpunkt F_2 sein. Die Strecke PF_2 ist das Bild eines unendlich fernen Gegenstandes und liegt als solches in der Focalebene. Alle anderen Strahlen des Bündels mögen die erste Hauptebene in den Punkten m_2 m_3 m_4 u. s. w. schneiden, nach der Brechung gehen sämtlich durch den Punkt P und durch Punkte n_2 n_3 n_4 u. s. w. der zweiten Hauptebene, die von der Axe denselben Abstand haben, wie die entsprechenden Punkte m. Will nun ein Mensch mit der individuellen Sehweite d sich das Bild PF_2 möglichst genau betrachten, so wird sich das Auge in einem Punkte C befinden müssen, so dafs $F_2 C = d$ ist. Der Sehwinkel, unter welchem das Bild PF_2 erscheint, ist gleich $F_2 CP = \beta$; während der Sehwinkel, unter welchem das sehr entfernte Objekt dem Auge direkt erscheint, gleich $\alpha = F_2 H_2 P$ ist. Wegen der relativen Kleinheit der Winkel kann man die Sinusse mit den Bogen vertauschen und man erkennt, dafs das Verhältnis der beiden Sehwinkel $\beta : \alpha$ dasselbe ist, wie das der Strecken $H_2 F_2 : CF_2$, d. h. wie $F : d$; hierin liegt der Beweis des allgemeinen oben angeführten Satzes, da das Verhältnis der Sehwinkel bekanntlich die Vergröfserung v darstellt. Es ist also

1. $$v = \frac{F}{d}.$$

Wir hatten bis jetzt stillschweigend vorausgesetzt, dafs das in Frage kommende optische System positive Brennweiten enthielt, wie es ja bei den Objektiven der herkömmlichen Art immer der Fall ist. Wir werden jedoch im Laufe der weiteren Entwicklung sehen, dafs bei unserm neuen Fernrohr die Anwendung eines Negativ-Systems als Objektiv a priori durchaus nicht unmöglich ist, wenn man unter Objektiv allgemein das dem leuchtenden Gegenstande zunächst gelegene Linsensystem versteht. Wir wollen deshalb jetzt auch den Fall noch genauer besprechen, wo die Brennweite des Systems negativ ist, zumal sich hieran einige allgemeine interessante optische Bemerkungen knüpfen lassen.

Fig. 2.



In Fig. 2 seien wieder H_1 und H_2 die beiden Hauptpunkte, F_1 und F_2 die beiden Brennpunkte, so dafs also jetzt $H_1F_1 = H_2F_2 = F$ ist. Unter dem Winkel α zur Axe falle wieder ein Bündel paralleler Strahlen ein; der durch H_1 gehende Strahl geht nach der Brechung parallel mit sich selbst durch H_2, während der nach F_1 hin gerichtete einfallende Strahl nach der Brechung parallel zur Axe gerichtet ist. Durch den Schnittpunkt dieser beiden Strahlen nach der Brechung wird wieder der Punkt P festgelegt als Bild eines unendlich fernen Punktes, das Lot von P auf die Axe gefällt, trifft wieder den Brennpunkt F_2, das ganze Bild PF_2 liegt wieder in der Focalebene, ist aber jetzt virtuell, d. h. nur in der geometrischen Verlängerung der gebrochenen Strahlen vorhanden.

In dem Dreieck PF_2H_2 ist $\angle PH_2F_2 = \alpha$ und demnach $\sin\alpha = \frac{PF_2}{F}$. Das Auge eines Beobachters, welches das Bild PF_2 möglichst scharf sehen will, mufs sich in einem Punkte C auf der Axe befinden, für welchen $F_2C = d$ ist. Der Gesichtswinkel, unter welchem das Auge das Bild erblickt, ist $F_2CP = \beta$, und man hat $\sin\beta = \frac{PF_2}{d}$. Wegen der Kleinheit der Winkel kann man für die Sinusse die Bogen setzen und erhält durch Division auch in diesem Falle

$$2. \qquad v = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{F}{d};$$

man könnte hier der Gröfse F das negative Vorzeichen geben, um auszudrücken, dafs das Bild aufrecht ist.

Zu diesen gewonnenen Resultaten müssen wir jedoch noch einige Anmerkungen machen.

Aus der Formel 2 geht z. B. hervor, dafs, wenn F etwa 5mal so grofs wie d ist, auch das System 5mal vergröfsert; dies scheint mit den herkömmlichen Begriffen in vollkommenem Widerspruch zu stehen, denn unter welchen Bedingungen man auch durch ein Negativsystem oder durch eine Concavlinse sieht, immer erscheinen uns die Bilder verkleinert. Der scheinbare Widerspruch löst sich durch folgende Betrachtung. Unsere Überlegungen, die wir gemacht haben, setzen voraus, dafs das in Frage kommende System Objektiv eines dioptrischen Instrumentes ist, welches für ein durchschauendes Auge so justiert ist, dafs das definitive Bild genau in der Entfernung der deutlichen Sehweite des Auges liegt; im übrigen kann das Instrument beliebig viele optische Systeme enthalten, ja, es könnte im speziellen Falle nur aus einem einzigen Objektiv bestehen; unter diesen präcisen Voraussetzungen ist allein eine strenge Definition der Vergröfserung möglich. Werfen wir noch einen Blick auf Fig. 2, so sieht man, dafs es bei einem Negativsystem durchaus nicht immer möglich ist, sich dem entworfenen virtuellen Bilde bis auf die deutliche Sehweite zu nähern, denn das Auge kann doch im günstigsten Falle sich nur bis an die letzte Fläche des Linsensystems heranbewegen, sei dieser Punkt in Fig. 2 etwa E, und ist EF_2 gleich der deutlichen Sehweite, so sieht das Auge gerade noch vollkommen deutlich; ist jedoch die Brennweite des Systems noch gröfser, so ist es dem Auge nicht mehr möglich, das Bild vollständig scharf zu sehen. Bei sehr dünnen Systemen, wie bei unseren concaven Augengläsern, tritt dies ein, sobald die Brennweite gröfser als die deutliche Sehweite ist. Für die physiologische Optik folgen hieraus die bemerkenswerten Sätze:

Durch ein Concavglas, dessen Brennweite kleiner als d ist, sieht ein Auge entfernte Gegenstände verkleinert; ist die Brennweite selbst gleich d, so sieht das Auge, wenn es sich dicht an der Linse befindet, die Gegenstände in gewöhnlicher Gröfse; ist die Brennweite gröfser wie d, so kann das Auge die vergröfsernde Kraft der Concavlinse nicht beobachten, weil es sich nicht bis auf die deutliche Sehweite an das virtuelle Bild heranbewegen kann. Im günstigsten Falle, nämlich wenn Auge und Glas dicht zusammen stehen, sieht es entfernte Gegenstände immer in gewöhnlicher Gröfse, gleichgiltig wie grofs die Brennweite sei, falls sie nur gröfser wie d ist. Entfernt sich das Auge von der Linse, so scheint eine Verkleinerung der Bilder einzutreten

Wie schon erwähnt, könnte ein Fernrohr nur aus einem Objektiv bestehen, das Auge des Beobachters müfste dann so gestellt werden, dafs es das vom Objektiv entworfene Bild in der deutlichen Sehweite hätte. Mit dem allergröfsten Vorteil wendet man jedoch noch ein zweites System an, das sogenannte Ocular, welches so gestellt wird, dafs ein virtuelles Bild in der Entfernung der deutlichen Sehweite erzeugt wird. Die Vergröfserung v durch das Ocular ist bekanntlich

3. $$v = \frac{d}{\varphi},$$

wo d die deutliche Sehweite und φ die sogenannte individuelle Brennweite ist; die Gröſse φ wird gewöhnlich mit der wirklichen Brennweite des Oculars identisch genommen, was jedoch nur dann streng richtig ist, wenn die Brennweite des Oculars im Verhältnis zur deutlichen Sehweite sehr klein ist. Genau genommen ist φ die Entfernung des vom Objektiv entworfenen Bildes von einer Hauptebene des Oculars.

Es bestehe jetzt ein Fernrohr aus 3 Systemen; nämlich auſser Objektiv und Ocular noch aus einem zwischen diesen eingeschalteten Negativsystem. Die gesamte Vergröſserung V ist dann

4. $$V = v_1 v_2 v_3;$$

wo $v_1 v_2 v_3$ die Vergröſserungen durch die Einzelsysteme bezeichnen. Nennt man F die Objektivbrennweite und φ die Ocularbrennweite, so kann man nach dem Vorhergehenden diese Formel schreiben

5. $$V = \frac{F}{\varphi} \cdot v_2;$$

bemerken wollen wir hier noch, daſs es noch ein anderes Maſs der Vergröſserung eines aus beliebig vielen Systemen zusammengesetzten Fernrohres giebt, das ist der Quotient aus der wirksamen Objektivöffnung P und der Austrittspupille des Oculars p, so daſs also ist

6. $$V = \frac{P}{p};$$

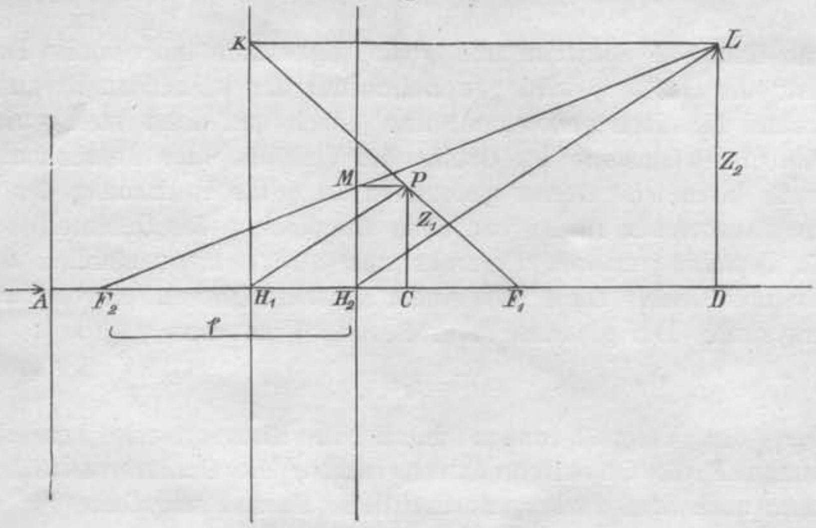
diese Beziehung ist für die praktische Messung der Vergröſserung besonders wichtig und zugleich giebt die Gröſse von P im Verhältnis zur Gröſse der Pupille des menschlichen Auges einen wichtigen Anhaltspunkt für die Beurteilung der Lichtstärke des Fernrohres. Bekanntermaſsen hat nämlich das Auge beim Sehen durch ein Fernrohr nur dann den Eindruck der normalen Helligkeit, wenn die Austrittspupille des Oculars mindestens gleich der Pupille des Auges ist.

§ 2.

Vergröſserung durch das Negativsystem.

In Fig. 3 deute der Pfeil die Richtung des einfallenden Lichtes an; der Punkt A auf der optischen Axe sei der zweite des Objektivs mit der Brennweite F, das vom Objektiv entworfene Bild sei CP, welches jedoch nicht zu stande kommt, sondern durch das Negativsystem mit den Hauptpunkten H_1 und H_2 so modificiert wird, daſs es im Punkte D, und zwar

Fig. 8.



in Gröfse DL entworfen wird. F_1 und F_2 seien die Brennpunkte des Negativsystems und $H_1 F_1 = H_2 F_2$ die Brennweiten. Nach den bekannten Regeln über die Construktion der Bilder mittels der Hauptebene ist nun die Zeichnung folgendermafsen ausgeführt worden.

F_1 ist mit P verbunden worden und die Verbindungslinie verlängert bis zum Durchschnittspunkte K mit der ersten Hauptebene; durch K ist alsdann eine Parallele zur Axe gezogen, ferner ist durch P eine Parallele zur Axe PM bis zur zweiten Hauptebene gezogen. Die Verlängerung von $F_2 M$ schneidet alsdann die Parallele durch K in dem Punkte L, welcher als Bild des Punktes P aufgefafst werden mufs. Bemerken wollen wir noch, dafs die Geraden $H_1 P$ und $H_2 L$ einander parallel sein müssen, da H_1 und H_2 auch gleichzeitig die Knotenpunkte des Systems sind. Wir führen nun folgende Bezeichnungen ein:

$$1. \left\{ \begin{aligned} H_1 F_1 = H_2 F_2 &= f; \\ AC &= F; \\ H_1 C &= a; \\ H_2 D &= b; \\ AD &= \lambda; \\ H_1 H_2 &= e; \\ LD &= z_2; \\ PC &= z_1; \\ \frac{z_2}{z_1} &= v_2; \end{aligned} \right.$$

Zufolge ähnlicher Dreiecke ist dann

$$2.\left\{\begin{aligned} \frac{z_2}{z_1} &= v_2 = \frac{f}{f-a}; \\ \frac{z_2}{z_1} &= v_2 = \frac{f+b}{f}; \end{aligned}\right.$$

hieraus folgt durch Division u. s. w.

$$b = \frac{a \cdot f}{f-a};$$

die Gesamtvergrößerung war

$$V = v_1 v_2 v_3$$

nun ist hier $v_1 = \frac{F}{d}$ und ferner $v_2 = \frac{f}{f-a}$; demnach wird $V = \frac{F \cdot f \cdot v_3}{d \cdot (f-a)}$.

Es kommt jetzt wesentlich darauf an, aus dieser Gleichung die Gröſse a zu eliminieren.

Aus der Figur folgt

$$3. \qquad \lambda = F - a + e + b$$

oder:

$$F + f - a - 2f + e + f + b$$

oder:

$$\frac{\lambda - F + 2f - e}{f} = \frac{f-a}{f} + \frac{f+b}{f} = v_2 + \frac{1}{v_2}.$$

Mit Berücksichtigung einer geometrischen Beziehung folgt hieraus

$$v_2 = f \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} \qquad \sin \vartheta = \frac{2f}{\lambda - F + 2f - e}$$

und man erhält nun zur Bestimmung der Gesamtvergröſserung die folgenden beiden Formeln:

$$4. \qquad \sin \vartheta = \frac{2f}{2f + \lambda - F - e};$$

$$5. \qquad V = \frac{F \cdot \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2}}{\varphi}.$$

Die Gröſse ϑ ist aus Gleichung 4 zu bestimmen und in 5 einzusetzen. Veränderlich ist in den Formeln 4 und 5 nur die Gröſse λ, d. h. die Entfernung der Focalebene vom zweiten Hauptpunkt des Objektivs; diese Gröſse wollen wir die reducierte Länge des Fernrohrs nennen.

§ 3.

Das Gesetz der gegenseitigen Bewegung der beiden Systeme.

Als Anfangsstellung der beiden Systeme, nämlich des Objektiv- und des Negativsystems, wollen wir diejenige wählen, in welcher das letztere System gar keine vergröſsernde Kraft in Beziehung auf das ganze Fernrohr ausübt. Für diesen Fall ist bekanntlich die Vergröſserung gleich dem Quotienten aus Objektivbrennweite und Ocularbrennweite, d. h. gleich $\frac{F}{\varphi}$. Nach Formel 5 des vorigen Abschnittes muſs demnach $\operatorname{ctg}\frac{\vartheta}{2} = 1$ oder $\vartheta = 90^0$ sein, und aus Formel 4 folgt, wenn wir durch einen Index 0 die Anfangslage bezeichnen

1. $$\lambda_0 = F + e.$$

Ein Blick auf die Figur 3 lehrt, daſs in diesem Falle das Bild PC in die erste Hauptebene H_1 und das Bild LD in die Hauptebene H_2 fällt. Es ist bekannt, daſs in diesem Falle die beiden Bilder auch dieselbe Gröſse haben müssen.

Wir wollen jetzt auf der optischen Axe den Punkt D als fest betrachten und als Ausgangspunkt der Bewegung annehmen. Eine Ebene durch D senkrecht zur optischen Axe ist dann die Focalebene des Oculars. In dieser muſs das durch Objektiv- und Negativsystem entworfene Bild beständig erhalten bleiben, und es fragt sich nun, nach welchem Gesetz müssen sich die beiden gedachten Systeme bewegen, damit dieser Effekt zu stande kommt.

Die Gröſse AD ist allgemein mit λ bezeichnet worden, wir wollen jetzt die Strecke $H_2D = b$ ebenfalls durch λ auszudrücken suchen. Aus den ersten Formeln des vorigen Abschnitts folgt leicht die Gleichung

$$\frac{f}{f-a} = \frac{f+b}{f}.$$

Berücksichtigt man nun die Gleichung

$$f - a = f \cdot \operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2},$$

so ergiebt sich

$$H_2D = b = f \cdot \operatorname{ctg}\frac{\vartheta}{2} - f.$$

Hierdurch ist b als Funktion von λ dargestellt, denn die Gröſse ϑ ist ja definiert durch die Gleichung

2. $$\sin\vartheta = \frac{2f}{2f + \lambda - F - e}.$$

Nach diesen Gleichungen ist in einem gewissen Sinne unser Problem gelöst, denn für jede Entfernung λ des Objektivs (oder genauer des zweiten Hauptpunktes desselben) von der Focalebene des Oculars läſst sich jetzt die zugehörige Entfernung des Negativsystems ausrechnen. Die Bewegung vollzieht sich übrigens so, daſs das Negativsystem, wenn man zu stärkeren Vergröſserungen fortschreitet, sich schneller bewegt als das Objektiv, so daſs sich die Entfernung der beiden Systeme von einander successive verringert. Aus mechanisch-technischen Gründen, die später noch genauer auseinander gesetzt werden sollen, empfiehlt sich folgende Einrichtung.

Das Objektiv nimmt bei seiner Fortbewegung das Negativsytem zwangsweise mit sich und dem letzteren wird nun nur eine Bewegung erteilt, welche gleich der Differenz der eigenen vorgeschriebenen und der Objektivbewegung ist. Um dies mathematisch auszudrücken, machen wir folgende Betrachtung.

Zu Anfang der Bewegung ist das Objektiv, wie wir gesehen haben, um die Strecke $F + e$ von D entfernt; nach einer gewissen Zeit möge es sich um die Strecke X weiter entfernt haben, so dafs man jetzt hat

$$\lambda = x + F + e \text{ oder}$$
$$x = \lambda - F - e.$$

Das Negativsystem hat sich inzwischen zwangsweise um die Strecke x fortbewegt; um in die richtige Stellung zu gelangen, müfste es sich gleichzeitig noch um eine Strecke

$$3.\quad \left|\begin{array}{l} \mu = f \cdot \operatorname{ctg} \dfrac{\vartheta}{2} - f - x \text{ oder} \\ \mu = f \cdot \operatorname{ctg} \dfrac{\vartheta}{2} - f - \lambda + F + e \end{array}\right.$$

selbständig fortbewegen.

Durch die Gleichung 3 in Verbindung mit Gleichung 2 ist nun also die wirkliche selbständige Bewegung des Negativsystems in Bezug auf die Bewegung λ festgelegt. λ kann dabei eine ganz beliebige Funktion der Zeit sein, immer wird der Effekt der Erhaltung des Bildes in der Focalebene erreicht sein.

Man kann auch auf einem mehr direkten Wege zu der Beziehung gelangen, nach der sich die beiden Systeme bewegen müssen, um den beabsichtigten Effekt zu liefern.

Aus den Formeln 2 des § 2 folgt leicht:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Nach 3 ist dann auch

$$\frac{1}{F - \lambda + e + b} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Aus den Gleichungen dieses Paragraphen folgt noch

$$\mu = b - \lambda + F + e$$

oder $$b = \mu + \lambda - F - e,$$

demnach wird:

$$4.\quad \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu + \lambda - F - e} = \frac{1}{f}.$$

Rechnet man die Veränderungen von λ von dem Anfangswert λ_0 aus, so ist also, wenn man für die Gröfse dieser neuen Bewegung die Bezeichnung ν wählt

$$\lambda = \lambda_0 + \nu$$

oder, da gemäfs Gleichung 1 $\lambda_0 = F + e$ ist:

$$\lambda = F + e + \nu.$$

Demnach wird Gleichung 4

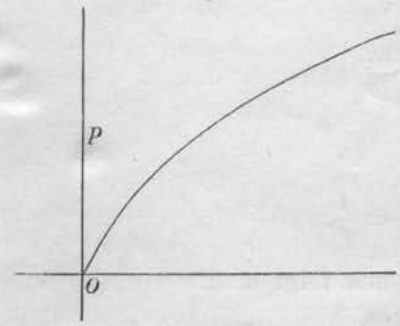
$$\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\nu} = \frac{1}{f}.$$

Diese Beziehung drückt in sehr einfacher Weise das Gesetz aus, nach welchem sich Objektiv- und Negativsystem gegen einander bewegen müssen, um das Bild constant in der Bildebene des Oculars zu erhalten.

§ 4.
Der Bewegungsmechanismus.

Es handelt sich darum, die im Vorhergehenden theoretisch auseinandergesetzten Bewegungen durch einen Mechanismus praktisch auszuführen. Nach den Lehren der maschinellen Kinematik liefse sich sofort eine ganze Reihe von Einrichtungen angeben, welche diesen Zweck erfüllten. Die vorliegende Aufgabe stellt jedoch noch ganz besondere Forderungen. Der Mechanismus mufs bei äufserst compendiöser Form der gröfsten Genauigkeit fähig sein; er mufs ferner durch eine einfache Drehung einer Mutter in Bewegung gesetzt werden und mufs schliefslich, da er an einem Handinstrument angebracht ist, gegen äufsere Contusionen möglichst unempfindlich sein. Folgende Einrichtung scheint allen diesen Bedingungen am besten zu genügen. Um das Prinzip derselben klar zu stellen, stelle man sich auf einer geraden Linie einen sich mit variabler Geschwindigkeit fortbewegenden Punkt vor. Als Anfangspunkt wollen wir den Punkt O in Fig. 4 bezeichnen, der bewegliche Punkt sei P; die Ordinate OP sei z, welche als eine gegebene Funktion der Zeit aufzufassen ist, so dafs man also hat

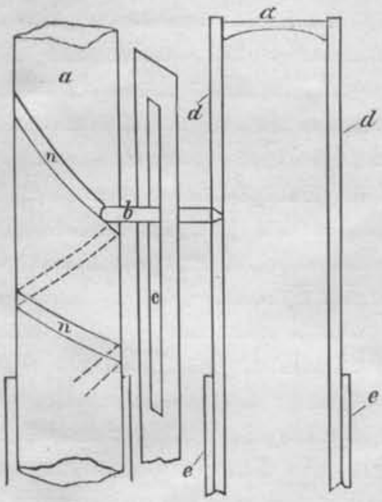
Fig. 4.



$$z = f(t).$$

Man denke sich nun durch O eine horizontale Axe gelegt, auf welcher als Abscise die Zeit etwa in Sekunden abgetragen ist. Trägt man jetzt in dieses rechtwinkelige Coordinatensystem die Curve $z = f(t)$ ein, wie dies in Fig. 4 dargestellt ist, so hat man an Stelle der früheren geradlinigen Bewegung jetzt einen Linienzug in der Ebene. Die zt-Ebene denke man sich jetzt um einen Kreiscylinder herumgewickelt, die eben angedeutete Curve wird dadurch in doppelter Krümmung verwandelt und stellt sich jetzt als ein spiralförmiger Linienzug auf dem Mantel des Cylinders dar. In Fig. 5 sei a dieser Cylinder, die spiralförmige Curve auf dem Mantel desselben ist zu einer Nut n von constanter Dicke ausgeschnitten worden. In die veränderlichen Gewindegänge dieser Nut paſst mit sanfter Reibung möglichst genau ein Stift b, welcher einerseits in dem feststehenden Schlitz c eine strenge Geradführung hat, andererseits mit einem Rohrteil d fest verbunden ist. Der Rohrteil d trägt das zu bewegende optische System α und hat auſserdem in einem andern Rohrteil e Führung; wird jetzt der Cylinder a mit constanter Winkelgeschwindigkeit gedreht, so macht ersichtlich jeder Punkt des Stiftes b und mit ihm der Rohrteil c eine Bewegung in gerader Linie, und zwar genau nach dem Gesetz $z = f(t)$.

Fig. 5.

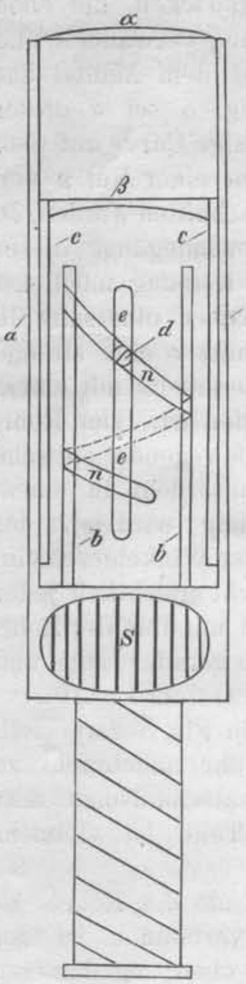


Die Anordung der einzelnen Elemente, wie sie in Fig. 5 dargestellt ist, ist freilich nicht geeignet, an einem Handfernrohr angebracht zu werden, aber sie läſst das Prinzip des Bewegungsmechanismus sehr deutlich erkennen. Die wirkliche Anordung der Teile ist vielmehr folgende.

Das Rohr a (Fig. 6) trägt das Objektiv α, am Ende des Rohres ist die Cordelmutter S eingelassen; mit dieser fest verbunden ist der Cylinder b, in welchem die Nut n nach dem schon oben angedeuteten Gesetze eingeschnitten ist. In dem Rohrteil a hat der Rohrteil c Führung, an dessen einem Ende das Negativsystem β befestigt ist. Der Stift d, welcher einerseits durch die Nut geführt wird, ist mit dem Rohrteil c fest verbunden und hat Gradführung in einem Schlitz e, der sich in dem äuſseren Rohre a befindet. Dreht man nun die Cordelmutter S, so wird einerseits das Ocular mittels Schnecke herausbewegt, andererseits wird durch gleichzeitige Drehung des Cylinders b mittels des Stiftes d der Rohrteil c und das mit ihm verbundene System β in eine Bewegung versetzt, welche genau den oben angeführten Gesetzen entspricht, unter der Voraussetzung natürlich, daſs die Nut den oben entwickelten Gesetzen entsprechend genau geschnitten ist.

Das eben beschriebene Fernrohr zeigt also in continuierlicher Folge successive sich vergröſsernde Bilder; die Vorbedingung ist nur, daſs der

Fig. 6.



Beobachter sich das Bild einmal bei irgend einer Vergröfserung scharf einstellt. Um nun dem Umstande Rechnung zu tragen, dafs die verschiedenen Menschen verschiedene deutliche Sehweite haben, ist das Ocular in einer kurzen Schnecke für sich unabhängig beweglich.

Wir haben angenommen, dafs sich durch Drehung der Cordelmutter S das Ocular und damit auch die Focalebene desselben herausbewegt. Dies geschah, um zunächst ein möglichst einfaches Bild von der Wirkungsweise des Bewegungsmechanismus zu geben. Entsprechend den mathematischen Entwicklungen des vorigen Abschnitts müssen wir jedoch unsere Vorstellungen hinsichtlich der Bewegungen der Systeme gegen einander modificieren. Wir stellen uns das Ocular und demnach auch die Focalebene desselben als fest vor. Durch die Drehung der Cordelmutter S bewegt sich alsdann der Objektivtubus a und mit ihm zwangsweise das die Nut tragende Rohr b vorwärts. Das Objektiv möge sich um die Strecke ν aus seiner Rohrlage heraus bewegt haben, dann mufs sich, wie bewiesen, gleichzeitig des Negativsystem selbständig um eine Strecke μ in demselben Sinne fortbewegt haben, welche durch die Gleichung

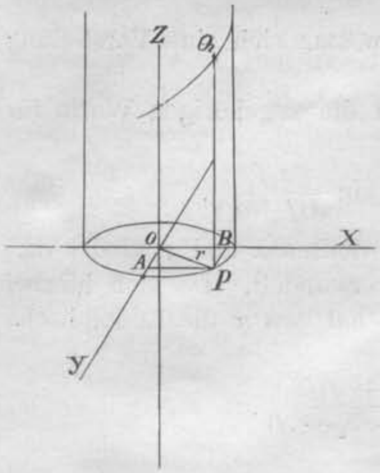
$$\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\nu} = \frac{1}{f}$$

ausgedrückt wird. Dies wird, wie schon erklärt, mittels des Stiftes d erreicht, der einerseits in der Nut n läuft, andererseits in dem Schlitz e Geradführung hat und aufserdem mit dem Rohrteil c fest verbunden ist. Dafs, wie schon erwähnt, ν eine beliebige Funktion der Zeit sein kann, spricht nur die Thatsache aus, dafs das Bild immer in der Focalebene erhalten bleibt, gleichgültig ob die Cordelmutter schnell oder langsam, mit variabler oder mit constanter Geschwindigkeit gedreht wird.

Die Nut ist auf einem Kreiscylinder eingeschnitten, stellt also eine Curve doppelter Krümmung dar, deren Gleichung wir jetzt aufstellen wollen.

In Fig. 7 sei ein räumliches rechtwinkliges Coordinatensystem mit den drei Axen x y z dargestellt. In der xy-Ebene sei ein Kreis mit dem Radius r oder Querschnitt des Cylinders, auf welchem die Nut eingeschnitten ist. Die z-Axe des Systems falle mit der Axe des

Fig. 7.



Cylinders zusammen. Auf der Peripherie des Kreises sind senkrecht die Werte von z aufgetragen, welche durch die Gleichung

$$\frac{1}{z} - \frac{1}{\nu} = \frac{1}{f}$$

bestimmt sind, indem man die Gröfse ν proportional dem Winkel α sich ändern läfst, welcher von der positiven x-Axe und dem zu dem betreffenden z gehörigen Radiusvektor OP gebildet wird.

Die beiden anderen, dem Punkte P zugehörigen Koordinaten seien $PA = x$ und $PB = y$. Man hat also die Gleichungen

$$x = r \cos \alpha$$
$$y = r \sin \alpha$$
$$\frac{1}{z} - \frac{1}{\nu} = \frac{1}{f}.$$

Denkt man sich jetzt die Cordelmutter S in Drehung versetzt, so mufs sich die Gröfse ν, da sie durch eine Schnecke mit constanten Gewindegängen erzeugt wird, proportional dem Winkel α ändern, und wir können noch setzen:

$$\nu = A \cdot \alpha.$$

Die Gröfse A ist eine constante, welche sich nach der letzten Gleichung direkt aus der Neigung der constanten Schnecke bestimmt. Fördert die Schnecke etwa bei einer Umdrehung i Centimeter, so ist $\alpha = 2\pi$, $\nu = i$, und man hat $A = \frac{i}{2\pi}$.

Aus den letzten Gleichungen ergiebt sich jetzt sofort das Gleichungssystem für die gesuchte Curve doppelter Krümmung. Man erhält:

$$1. \left\{ \begin{aligned} x &= r \cos \frac{z \cdot f}{A \cdot (f - z)} \\ y &= r \sin \frac{zf}{A \cdot (f - z)}. \end{aligned} \right.$$

Die Constante r ist, um es hier noch einmal zu erwähnen, der Radius des Kreiscylinders.

Eine technisch wichtige Bemerkung ist aus den vorstehenden Formeln zu schliefsen: Die in den Cylinder einzuschneidende Nut ist sowohl von der Brennweite des Objektivs als von der des Oculars vollständig unabhängig. Aufser von 2 oben definierten Constanten hängt sie nur von der Brennweite des Negativsystems ab und ist sogar von der Entfernung der beiden Hauptpunkte des Negativsystems unabhängig.

Ist das Negativsystem eine verkittete astronomische Linse, so sagt die letzte Bemerkung, dafs die Gestalt der Nut von der Dicke dieser Linse unabhängig ist.

Aus der Form der Gleichungen 1 kann man sich eine Vorstellung von dem Gang der Curven machen.

Für irgend ein bestimmtes $z = z_1$ sind die zugehörigen Werte für x und y

$$x_1 = r \cos \frac{z_1 f}{A(f - z_1)}, \quad y_1 = r \sin \frac{z_1 f}{A(f - z_1)}.$$

Nach einer Umdrehung des Cylinders erhalten x und y wieder dieselben Werte, nur z_1 hat sich in $z_1 + \varDelta$ verwandelt. Da sich hierbei der Winkelwert um die Gröfse 2π geändert hat, wo π die Ludolphsche Zahl ist, so erhält man:

$$\frac{z_1 f}{A \cdot (f - z_1)} + 2\pi = \frac{(z_1 + \varDelta) f}{A \cdot (f - z_1 - \varDelta)}.$$

Setzt man der Kürze wegen

$$f - z_1 = \zeta,$$

$$\text{also: } z_1 = f - \zeta,$$

so erhält man:

2. $$\frac{(f - \zeta) f}{A \cdot \zeta} + 2\pi = \frac{(f - \zeta + \varDelta) f}{A \cdot (\zeta - \varDelta)}.$$

Hierbei ist ζ die Entfernung eines beliebigen Geschwindeganges von einem Querschnitt des Cylinders, der in der Höhe f senkrecht zur Axe geführt ist. $\varDelta$ kann man kurz als Höhe eines Gewindeganges berechnen.

Berechnet man aus 2 die Gröfse $\varDelta$, so erhält man:

3. $$\varDelta = \frac{\zeta^2 \cdot p}{f + \frac{2\pi A \zeta}{f}}; \quad p = \frac{2\pi A}{f}.$$

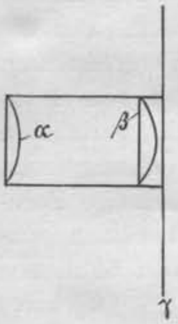
Nähert sich ζ der Null, d. h. z der Gröfse f, so convergiert $\varDelta$ gegen Null. Die Höhen der Gewindegänge nähern sich also immer mehr einander und laufen schliefslich einander unendlich nahe neben einander und nähern sich gewissermafsen asympthotisch einem Kreise, der in der Höhe f um den Cylinder senkrecht zur Axe liegt. Wird ζ so klein, dafs man die dritten Potenzen vernachlässigen kann, so erkennt man aus dem Ausdruck 3, dafs die Höhe der Gewindegänge in diesem Falle proportional dem Quadrate von ζ zu- resp. abnimmt.

§ 5.

Optische Anforderungen.

Was nun zunächst das Ocular betrifft, so kann dasselbe eine einfache Concavlinse sein oder ein astronomisches oder schliefslich ein terrestrisches Ocular. Die Anwendung einer einfachen Concavlinse, wie sie beim holländischen Fernrohr gebraucht wird, empfiehlt sich bei unserem Fernrohr jedoch nicht, da für das holländische Fernrohr bei steigender Vergröſserung das Gesichtsfeld rapide abnimmt; sehr wohl kann man jedoch ein astronomisches Ocular verwenden, und zwar besonders in derjenigen Form, wie es von Ramsden vorgeschlagen ist.

Fig. 8.



In Fig. 8 ist ein solches Ocular dargestellt; α ist das Augenglas, β das Collektiv. Die Focalebene dieses Oculars liegt bekanntlich auſserhalb der Linsen α und β, um eine kleine Strecke von der Linse β entfernt; an die Stelle dieser Focalebene γ setzt man nun das Negativsystem. In dieser Stellung wirkt dasselbe optisch garnicht, und die Vergröſserung des ganzen Fernrohrs ist dieselbe, als ob dasselbe garnicht vorhanden wäre; setzt man jetzt den Bewegungsmechanismus in Thätigkeit, so macht sich die vergröſsernde Kraft des Negativsystems alsbald bemerkbar, und man kann auf diese Weise ohne Schwierigkeit bis zum 4fachen der Anfangsvergröſserung gelangen. Auch für mikrometrische Messungen läſst sich dieses System sehr wohl benutzen, namentlich wenn man zu Vergröſserungen übergeht, welche ganze Vielfache von der Anfangsvergröſserung sind.

Von besonderer Wichtigkeit für das neue System ist jedoch das terrestrische bildumkehrende Ocular. Wir müssen jedoch an dasselbe ganz besondere Anforderungen stellen, welche der alte Frauenhofersche Typus nicht zu leisten imstande ist. Wir müssen uns hier vor allen Dingen fragen, welchen Zwecken das neue Fernrohr dienen soll.

Erstens soll es das Auffinden kleiner Gegenstände erleichtern, zweitens, und das ist vielleicht die wichtigste Aufgabe, soll der Beobachter in der Lage sein, sich den äuſseren Lichtverhältnissen in der Atmosphäre anpassen zu können. Der Frauenhofersche Typus des terrestrischen Oculars besteht bekanntlich im wesentlichen aus vier einfachen, meist planconvexen Linsen, von denen die beiden ersten ein astronomisches Ocular bilden, die beiden andern das Umkehrsystem darstellen. Zwischen beiden Systemen ist an der Stelle, wo sich die Strahlenbündel kreuzen, immer eine Blende vom Querschnitt b eingeschaltet, um die allzugroſsen sphärischen Aberrationen möglichst zu vermeiden. Die Gröſse b ist meist recht klein, und von ihr hängt die Austrittspupille und damit die Lichtkraft des Fernrohrs ab. Bei stark vergröſsernden Fernrohren ist diese Einrichtung durchaus zweckmäſsig, denn durch die starke Vergröſserung wird die Austrittspupille von Natur klein, und die Blende b verursacht keine Störung.

Bei einem Fernrohr, welches wie das unsrige innerhalb sehr weiter Grenzen eine Veränderung der Vergröſserung gestattet, würde die Blende b

zwar bei den starken Vergröſserungen nicht stören, während sie bei schwachen Vergröſserungen die Austrittspupille stark beeinträchtigen würde. Das Fernrohr würde alsdann im Verhältnis zu seiner geringen Vergröſserung sehr lichtschwach sein, ein Mangel, der den ganzen Vorteil der variablen Vergröſserung illusorisch machen würde. Um dies zu vermeiden, muſste der Frauenhofersche Typus des Oculars bedeutend verändert werden. Das Umkehrsystem wurde durch ein vollständiges mikroskopisches Objektiv ersetzt, welches aus zwei achromatischen Linsen besteht. Hierdurch wurde die Blende überhaupt entbehrlich, und die Austrittspupille wuchs proportional der Verringerung der Vergröſserung. Kleine Fernrohre von 20 cm Länge, welche Vergröſserungen von 4 bis 15fach zeigten, wiesen eine Austrittspupille von 6—7 mm bei der geringsten Vergröſserung auf. Da die menschliche Pupille eine solche Öffnung meist nur in der Dunkelheit anzunehmen pflegt, so kann man derartige Fernrohre selbst bei einbrechender Dunkelheit noch sehr wohl benutzen, was bei sehr stark vergröſsernden terrestrischen Fernrohren von ähnlichen Dimensionen ganz ausgeschlossen erscheint. Hinsichtlich des Objektivs und des Negativsystems wollen wir nur bemerken, daſs jedes dieser Systeme möglichst volltändig sphärisch und chromatisch corrigiert sein muſs. Um die Fernrohre möglichst abzukürzen und eine geringe Anfangsvergröſserung zu gewinnen, wurde das Verhältnis von Öffnung zur Brennweite mit Vorliebe wie 1:4 gewählt. Um hierbei den Bedingungen der Achromasie und Aplanasie möglichst gerecht zu werden, wurden diese Objektive aus drei mit einander verkitteten Linsen hergestellt.

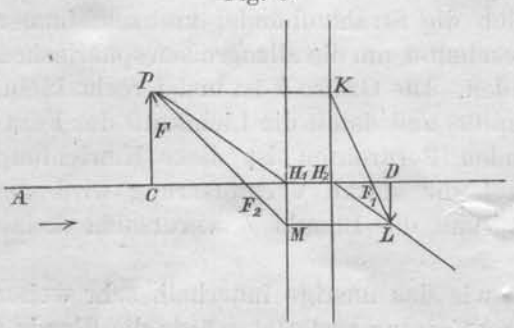
§ 6.

Bildumkehrendes Doppelobjektiv.

Das zu betrachtende Doppelobjektiv bestehe in vorliegendem Falle aus zwei positiven Systemen.

In Fig. 9 sei A der zweite Hauptpunkt des eigentlichen Objektivs. Die Lichtbewegung geschehe im Sinne des Pfeiles. Ein sehr entfernter Gegenstand möge sich von der Gröſse $z_1 = CP$ abbilden, so daſs also C als Brennpunkt des Objektivs aufgefaſst werden kann. Dann ist

Fig. 9.



$$AC = F$$

die Brennweite des Objektivs. Durch ein zweites System, dessen Hauptpunkte H_1 und H_2, dessen Brennpunkte F_1 und F_2 sind, werde vom Bild $z_1 = PC$ ein neues Bild $z_2 = DL$ entworfen, welches umgekehrt und je nach der Stellung von z_1 vergröſsert oder verkleinert ist. F_1 und F_2 sind die Brennpunkte dieses Systems; im übrigen ist die Construktion nach den aus der geometrischen Optik bekannten Methoden ausgeführt. DK und LM sind der optischen Axe, PH_1 und LH_2 unter sich parallel. Setzen wir $H_1C = a H_2D = b$ und die Brennweite des Systems $= f$, so erhält man aus der Figur:

$$\frac{a}{f} = \frac{z_1 + z_2}{z_2}, \quad \frac{b}{f} = \frac{z_1 + z_2}{z_1},$$

oder wenn man die Vergröſserung

$$\frac{z_2}{z_1} = v_2$$

setzt:

$$\frac{a}{f} = \frac{1}{v_2} + 1, \quad \frac{b}{f} = v_2 + 1.$$

Die Strecke AD nennen wir wieder die reducierte Länge des Instrumentes. Dann ist aus der Figur:

$$\lambda = F + a + e + b,$$

wo $e = H_1 H_2$ die Entfernung der beiden Hauptpunkte von einander bedeutet.

Hieraus folgt nun leicht:

$$\frac{\lambda - F - e}{f} = \frac{1}{v_2} + v_2 + 2 \text{ oder:}$$

$$\frac{1}{v_2} + v_2 = \frac{\lambda - F - e - 2f}{f}.$$

Beachtet man die trigonometrische Beziehung

$$\frac{2}{\sin\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} {}^{\alpha}/_{2}} + \operatorname{tg} {}^{\alpha}/_{2},$$

so ersieht man, daſs man setzen kann:

$$v_2 = \operatorname{tg} {}^{\alpha}/_{2}$$

$$\sin\alpha = \frac{2f}{\lambda - F - e - 2f}.$$

Ist v_3 die durch das Ocular bewirkte Vergröſserung, so ist unter Berücksichtigung des § 1 die Gesamtvergröſserung des Instrumentes:

$$V = \frac{F}{d} \cdot \operatorname{tg} {}^{\alpha}/_{2} \cdot v_3.$$

Da ferner, wie früher erwähnt, $v_3 = \dfrac{d}{\varphi}$ gesetzt werden kann, wo φ die Ocularbrennweite ist, so hat man schlieſslich:

$$V = \frac{F}{\varphi} \operatorname{tg} {}^{\alpha}/_{2}.$$

Bezeichnet man mit x die Strecke $H_1 A$, d. h. die Entfernung des zweiten Hauptpunktes des Objektivs vom ersten Hauptpunkt unseres Systems, so ist $x = F + a = F + f\left(\frac{1}{v_2} + 1\right)$.

Sei ferner die Strecke $H_2 D = y = b$, so ist:

$$y = f \cdot (v_2 + 1).$$

Durch Elimination von v_2 erhält man hieraus:

$$\frac{1}{x - F} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}.$$

Betrachtet man den Punkt D als fest, so spricht diese Gleichung das Gesetz aus, nach welchem sich die beiden Systeme bewegen müssen, damit das Bild immer an derselben Stelle erscheint.

Aufserdem ist auch

$$\lambda = x + e + y,$$

woraus folgt:

$$x = \lambda - e - y.$$

Die obige Relation wird hiernach:

$$\frac{1}{\lambda - e - F - y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}.$$

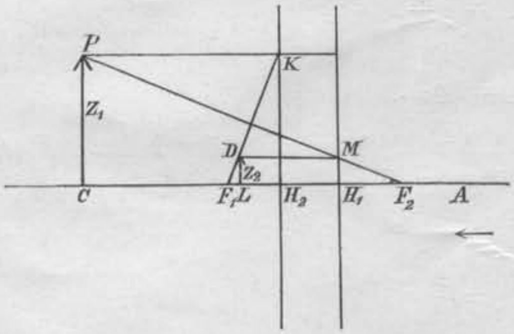
Hier sind die Gröfsen λ und y jetzt beide von dem festen Punkt D aus gerechnet. Die weiteren Betrachtungen, die man an diese Formeln knüpfen kann, sind denen ganz analog, die in den §§ 3 und 4 für den Fall auseinandergesetzt sind, dafs die Veränderung der Vergröfserung durch ein negatives System erzielt wird. Wir können von einer ausführlichen Darstellung um so eher absehen, als die optische Realisierung im vorliegenden Fall besonders schwierig ist und in dieser Hinsicht besser durch das im folgenden Paragraphen beschriebene System ersetzt wird. Will man nämlich die Variationen der Vergröfserung durch das Umkehrsystem bewirken, so ist man gezwungen, den organischen Zusammenhang zu zerstören, der zwischen Umkehrsystem und astronomischem Ocular besteht, oder mit anderen Worten, man kann das Optimum, wie es eine Linsencombination von der Art des astronomischen Oculars bei einer g e w i s s e n Anordnung zeigt, nicht für das ganze Vergröfserungsintervall festhalten. Wollte man jedoch den beiden hier in Betracht kommenden Systemen denjenigen Grad sphärischer und chromatischer Correktion erteilen, welcher für die gegenseitige Unabhängigkeit notwendig wäre, so liefse sich dies nur durch eine äufserst präcise Rechnung und Ausführung erreichen, wie man dies bei Herstellung genügender Oculare sonst nicht nötig hatte.

§ 7.

Doppelobjektiv, aus positiven Linsen bestehend, welche das Bild nicht umkehren.

In Fig. 10 deutet der Pfeil die Richtung des einfallenden Lichtes an. A ist der zweite Hauptpunkt des ersten Objektivs. In den beiden Punkten H_1 und H_2 der optischen Axe sind senkrecht zu dieser die beiden Hauptebenen des zweiten positiven Systems errichtet. Das vom ersten Objektiv entworfene Bild würde im Punkte C und von der Gröfse

Fig. 10.



$$CP = z_1$$

entworfen werden, wenn das zweite System gar nicht vorhanden wäre. Durch die Einwirkung dieses letzteren wird dieses Bild nach L verlegt von der Gröfse

$$LD = z_2.$$

Bemerken wir noch, dafs F_1 und F_2 die beiden Brennpunkte sind und dafs PK und DM parallel zur optischen Axe gezogen sind, so ist die Construktion von selbst verständlich. Wir setzen nach dem Vorgange früherer Paragraphen

$$CH_1 = a$$
$$LH_2 = b$$
$$H_1 H_2 = c$$
$$AL = \lambda$$
$$H_1 F_2 = H_2 F_1 = f$$
$$AC = F.$$

Hier sind also F und f die Brennweiten des ersten und zweiten Objektivs.

Aus der Figur 10 folgt unter Berücksichtigung ähnlicher Dreiecke

$$\frac{a}{f} = \frac{z_1 - z_2}{z_2}$$
$$\frac{b}{f} = \frac{z_1 - z_2}{z_1}$$

oder wenn man die Vergröfserung, die freilich in diesem Falle eine Verkleinerung ist, durch $\frac{z_2}{z_1} = v_2$ bezeichnet, so wird:

1. $$\frac{a}{f} = \frac{1}{v_2} - 1, \quad \frac{b}{f} = 1 - v_2.$$

Für die sogenannte reducierte Länge des Fernrohrs $\lambda = AL$ folgt ferner aus der Figur 9:

2. $$F - a + e + b = \lambda,$$

aus diesen Gleichungen folgt ähnlich wie in § 6

$$\frac{1}{v_2} + v_2 = \frac{F + e - \lambda + 2f}{f},$$

oder wenn man

3. $$\sin \alpha = \frac{2f}{F + e - \lambda + 2f}$$

setzt, folgt:

4. $$v_2 = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Ist v_1 die Vergröfserung durch das Objektiv, v_3 die durch das Ocular, so hat man für die Gesamtvergröfserung V

$$V = v_1 \cdot v_2 \cdot v_3.$$

Nun ist aber:

$$v_1 = \frac{F}{d}$$

$$v_3 = \frac{d}{\varphi},$$

wo d die deutliche Sehweite und φ die Ocularbrennweite ist. Man hat demnach:

5. $$V = \frac{F}{\varphi} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Die Formeln 1 und 2 bestimmen für jede Länge λ die Vergröfserung V.

Um den Zusammenhang anzugeben, in welchem die Bewegungen der beiden Systeme zu einander stehen, setzen wir $LH_2 = b = y$. Der Punkt L, in welchem die Focalebene des ganzen Fernrohrs die optische Axe schneidet, wird jetzt als fest angenommen, und von ihm aus werden alle Entfernung gerechnet. Aus der Formel 1 folgt

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$$

oder infolge der Gleichung 2

6. $$\frac{1}{y} - \frac{1}{F + e + y - \lambda} = \frac{1}{f}.$$

Diese Gleichung stellt den Zusammenhang dar, in welchem die beiden Bewegungen stehen, welche die beiden Systeme ausführen müssen. Die Entfernungen sind von dem als fest gedachten Punkt L aus gerechnet.

Aus den vorstehenden Formeln kann man eine klare Vorstellung von der Wirkungsweise des Fernrohres bekommen.

Nach Formel 4 wird die Vergröfserung des Zwischensystems am gröfsten für $\alpha/_2 = 45^0$ oder $\alpha = 90^0$. In Formel 3 mufs für diesen Fall $\sin\alpha = 1$ werden, woraus

$$\lambda = e + F$$

folgt. In diesem Falle coincidieren die beiden Punkte H_1 und C. Das Zwischensystem wirkt optisch nicht vergröfsernd, da das vom ersten Objektiv entworfene Bild in den ersten Hauptpunkt des zweiten fällt. Bei jeder anderen Stellung wirkt das Zwischensystem verkleinernd, und zwar wird die verkleinernde Fähigkeit um so stärker, je mehr sich die beiden Systeme einander nähern. Wie weit sich dies erreichen läfst, hängt nicht von den Hauptpunkten, sondern von der Dicke der Systeme ab. Nimmt man die beiden Systeme als unendlich dünn an, dann kann man $e = 0$ setzen. Im Falle der geringsten Vergröfserung kann man sich vorstellen, dafs die beiden Systeme zusammenfallen. Dann ist $y = \lambda$ und die Gleichung b ergiebt

7. $$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{f} + \frac{1}{F}.$$

Die Gesamtvergröfserung V des Fernrohrs ist also in diesem Falle (oder die Anfangsvergröfserung):

8. $$V = \frac{F \cdot f}{\varphi \cdot (F + f)}.$$

Der Vorzug dieses Systems für kleine Fernrohre liegt besonders in geringen reducierten Längen für die Anfangsvergröfserung.

Um ein Beispiel für die entwickelten Formeln zu geben, wollen wir ein Fernrohr betrachten, welches für den Handgebrauch besonders geeignet erscheint. Das Ocular hat eine Länge von 8,5 cm und eine Brennweite von 1,5 cm. Das erste Objektiv hat eine Brennweite gleich 12 cm, das zweite von 10 cm. Die reducierte Anfangslänge ergiebt sich aus:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{12} + \frac{1}{10}$$

oder $\lambda = 5{,}4$. Um die Gesamtlänge zu finden, mufs man zu dieser Gröfse noch die Ocularbrennweite und die Ocularlänge addieren. Also ist diese $= 5{,}4 + 1{,}5 + 8{,}5 = 15{,}4$ cm. Die Anfangsvergröfserung ist $\frac{\lambda}{\varphi} = \frac{5{,}4}{1{,}5} = 3{,}6$. Die Maximalvergröfserung dagegen beträgt: $\frac{12}{1{,}5} = 8$.

Da sich im vorliegenden Falle eine Objektivöffnung von 30 mm noch sehr wohl realisieren läfst, so beträgt die Austrittspupille bei der schwächsten Vergröfserung über 8 cm. Beim Gebrauch eines derartigen Fernrohrs wird also selbst während der Dunkelheit die menschliche Pupille vollständig mit Strahlen erfüllt.

Druck von A. W. Hayn's Erben, Berlin SW.